

二层流体中透空大直径桩柱的波浪特性分析*

付 静, 黄 华, 朱庆勇, 吕付玉

(中山大学工学院应用力学与工程系, 广东 广州 510275)

摘 要: 采用典型的海工结构物——大直径垂直圆柱研究层化海洋中波浪对透空结构物的绕射作用。通过分析二层海洋条件下边值的匹配问题, 利用特征函数法提出内、外流场流体绕射势解析解, 并在二层海况下计算透空圆柱所受水平波浪力及柱内、外的自由波面波浪爬高。计算结果分别与均匀海中透空桩柱和二层海中非透空桩柱的相应结果加以比较, 分析得出在层化海洋中结构物的透空性对减弱波浪力和波浪爬高有很大影响。

关键词: 二层流体; 透空圆柱; 波浪爬高; 波浪力; 绕射波

中图分类号: O353 **文献标识码:** A **文章编号:** 0529-6579 (2008) 03-0014-05

利用线性势流理论解决波浪与大尺度海工结构的相互作用问题, 早在上世纪 50 年代就得到相应解析解^[1], 现已被普遍采用。圆柱型实体在海域中应用较广泛, 吸引了国内外大批学者研究。目前已经在结构的透孔性和海洋的层化性等领域分别取得较大的进展。Wang 和 Ren^[2]研究了外筒为均匀开孔的双筒柱问题; Yu^[3]利用边界层方法研究了半无限长透空防波堤的波浪绕射, 给出开孔壁内流速与其壁两侧间压力差成正比的线性假设; Williams^[4-5]对均匀海中透孔浮筒和圆柱群采用线性势流理论, 得到波浪力和自由波面爬高的解析解。Silva^[6]对多孔圆柱状水下建筑物和建筑群进行研究, 得出和前人一致的自由面爬高解析解; 李玉成等^[7]利用特征函数法建立了波浪与外壁开孔双筒柱群的相互作用的线性解析解。由于透空结构表面条件的变化以及结构内外流场的并存, 使相应的边值问题较一般密实结构的波绕射问题更趋复杂, 也致使现有的研究仅限于均匀海条件下的线性水波理论范畴。考虑到实际海洋一般为非均匀的, 特别在我国的广阔近海领域存在明显的层化现象, 而海洋的层化性将导致海水内波的生成, 这种内波对海工结构的作用在一定程度上是至关重要的。戴世强^[8]研究了两水平固壁间两层不可压无粘流体界面上的孤立波, 在弱色散近似下应用约化摄动法, 导得一阶界面升高所满足的 KDV 方程; 吴建华, 吴秀恒, 李世谟^[9]利用本征函数展开法计算了圆柱浮筒在二层海中的附加质量和阻尼系数; 尤云祥, 朱伟, 缪国平^[10]基于分离变量法建立绕射势和辐射势的解析解, 并推出两层流体中大直径圆柱上

水动力计算公式; Shi, You 和 Wei^[11]对两层海中长方形浮体所受波浪力进行了研究。

所以将结构的透空性和海水的层化性同时加以考虑是一个突破性的研究, 很有实际意义, 以此探讨在层化条件下结构的可渗透性对波浪动力特性的可能影响是很有必要的。本文提出并求解了二层海洋中透空垂直圆柱的 Stokes 一阶绕射波场的边值问题。通过与均匀海中非透空和透空桩柱以及二层海中非透空桩柱的对应结果比较, 发现结构的透空性对表面波和内波波力以及自由面和柱内波浪爬高有非常明显的作用, 而上下层流体的密度比与高度比变化对自由面波浪爬高基本没有影响。

1 二层流体中 Stokes 水波对透空圆柱绕射的边值问题及其求解

对于图 1 所示径向表面透空之桩柱, 将流域划分为内外两个子区 V_0 和 V_1 (图中阴影部分为柱内流域), 上、下层流体的密度分别为 ρ_1 、 ρ_2 ($\rho_2 > \rho_1$), 入射波方向沿 X 轴方向, 即 $\beta = 0$ 。其对应的 Stokes 一阶绕射波势的边值问题可表达为:

$$\begin{aligned}\Phi^\pm &= \Phi_i^\pm + \Phi_s^\pm = \text{Re}[\Phi_i^\pm + \varphi_s^\pm] e^{-i\omega t} \\ &= \text{Re}(\varphi^\pm e^{-i\omega t})\end{aligned}\quad (1)$$

$$\nabla^2 = \nabla^2 \varphi_i^\pm = \nabla^2 \varphi_s^\pm = 0 \quad (v = v_0 + v_1) \quad (2)$$

速度势满足自由面边界条件底部边界条件:

$$\begin{aligned}g \frac{\partial \varphi^\pm}{\partial z} - \omega_\pm^2 \varphi^\pm &= 0 \quad (z = h_1 + h_2); \\ \frac{\partial \varphi^\pm}{\partial z} &= 0 \quad (z = 0)\end{aligned}\quad (3)$$

* 收稿日期: 2007-06-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10572154)

作者简介: 付静 (1982 年生), 女, 硕士研究生; 通讯联系人: 黄华; E-mail: stshh@mail.sysu.edu.cn

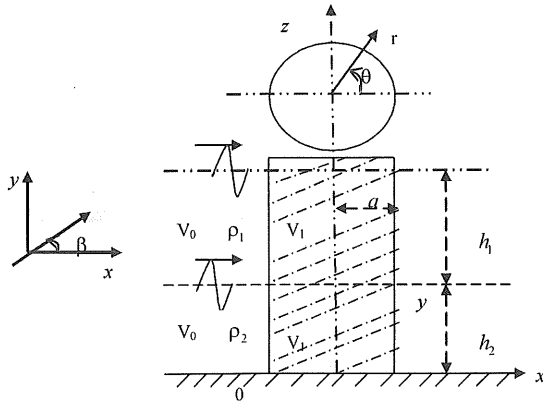


图1 二层海中的直立透空桩柱

Fig. 1 The porous circular cylinder in a two-layer fluid and coordinate system

由 Darcy 定理推导所得的透空径向物表面条件:

$$\frac{\partial \varphi^{\pm(0)}}{\partial r} = \frac{\partial \varphi^{\pm(1)}}{\partial r} = \frac{i\gamma\rho\omega^{\pm}}{\mu}(\varphi^{\pm(1)} - \varphi^{\pm(0)}) \quad (r = a, 0 \leq z \leq h) \quad (4)$$

满足表面波和内波对应的辐射条件模式:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r^{1/2} \left(\frac{\partial \varphi_s^{\pm(0)}}{\partial r} - ik\varphi_s^{\pm(0)} \right) = 0 \quad (5)$$

满足上下层流体交界面条件:

$$\left. \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} \right|_{z=h_2+0} = \left. \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} \right|_{z=h_2-0} \quad (j = 0, 1) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \rho_1 \left[g \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} - \omega_{\pm}^2 \varphi^{\pm(j)} \right]_{z=h_2+0} = \\ \rho_2 \left[g \frac{\partial \varphi^{\pm(j)}}{\partial z} - \omega_{\pm}^2 \varphi^{\pm(j)} \right]_{z=h_2+0} \end{aligned} \quad (j = 0, 1) \quad (7)$$

其中 Φ^+ , Φ_i^+ 和 Φ_s^+ 分别为 Stokes 一阶总波势、入射和散射波势分量 (Φ^+ , Φ^- 分别对应表面波及内波波势); $\varphi^{\pm(0)}$, $\varphi^{\pm(1)}$ 为对应区域 V_0 , V_1 的总波势; 式 (4) 中 μ 为流体粘性系数, γ 为具有长度量纲的材料常数。对于上层流体 $\rho = \rho_1$, 对于下层流体 $\rho = \rho_2$ 。 k 为入射波波数, 在此波数下有两种不同频率的波系存在, 即表面波和内波, 其各自波频分别为 ω_+ 和 ω_- , 且满足色散关系^[12]:

$$\omega_{\pm}^2 = gkT_{\pm}(k) = gk \frac{(T_1 + T_2) \pm \sqrt{(T_1 + T_2)^2 - 4(1 - \lambda)T_1T_2(1 + \lambda T_1T_2)}}{2(1 + \lambda T_1T_2)} \quad (8)$$

式中, $T_1 = \tanh kh_1$, $T_2 = \tanh kh_2$, $\lambda = \rho_1/\rho_2$ 。

自由面波面 Ξ 可表示为:

$$\Xi(x, y, t) = \eta(x, y)e^{-i\omega t} \quad (9)$$

其中:

$$\eta(x, y) = \frac{H}{2}\varphi(x, y) \quad (10)$$

由线性绕射波相关理论, 结合特征函数法可推写得:

$$\begin{cases} \varphi^{\pm(0)} = \frac{igA_{\pm}}{\omega_{\pm}}Z_{\pm}(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\beta_n^{\pm}J_n(kr) + A_n^{\pm}H_n^{(1)}(kr)]e^{in\theta} \\ \varphi^{\pm(1)} = \frac{igA_{\pm}}{\omega_{\pm}}Z_{\pm}(z) \sum_{n=-\infty}^{\infty} [B_n^{\pm}J_n(kr)]e^{in\theta} \end{cases} \quad (11)$$

$$Z_{\pm}(z) = \begin{cases} \cosh k(z-h) + T_{\pm}(k)\sinh k(z-h), & h_2 \leq z \leq h \\ E_{\pm}(k)\cosh kz, & 0 \leq z \leq h_2 \end{cases} \quad (12)$$

$$\text{其中, } E_{\pm}(k) = \frac{T_{\pm}(k)\cosh kh_1 - \sinh kh_1}{\sinh kh_2},$$

$\beta_n = i^n$, A_+ 和 A_- 分别为表面波和内波波幅, $A_n^{\pm}$ 和 $B_n^{\pm}$ 为待定系数。利用圆柱径向表面条件可得:

$$\begin{aligned} A_n^{\pm} &= \frac{-\pi ka\beta_n J_n'^2(ka)}{2G\omega_{\pm}/\omega + \pi ka J_n'(ka) H_n'^{(1)}(ka)}, \\ B_n^{\pm} &= \frac{\beta_n J_n'(ka) + A_n^{\pm} H_n'^{(1)}(ka)}{J_n'(ka)} \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $G = \frac{\gamma\rho\omega}{\mu k}$ 为透空系数, $\rho = \rho_1$ 和 $\rho = \rho_2$ 分别对应上层和下层透空系数。

2 透空圆柱绕射波浪力算式及自由面爬高结果分析

根据伯努利方程, 圆柱径向表面动态压强分布及相应的总水平波浪力为:

$$\begin{aligned} P_{\pm} &= -\rho \left(\frac{\partial}{\partial t} \right) (\Phi^{\pm(0)} - \Phi^{\pm(1)})_{r=a} = \\ &= \text{Re} [i\rho\omega_{\pm} e^{-i\omega_{\pm}t} (\varphi_1^{\pm(0)} - \varphi_1^{\pm(1)})_{r=a}] \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{cases} F_h^{\pm} = -\int_0^h dz \int_0^{2\pi} P_{\pm}(a, \theta) a \cos \theta d\theta = \text{Re}(F_1^{\pm}) \\ F_1^{\pm} = -\int_0^h dz \int_0^{2\pi} i\rho\omega_{\pm} e^{-i\omega_{\pm}t} (\varphi_1^{\pm(0)} - \varphi_1^{\pm(1)})_{r=a} a \cos \theta d\theta \end{cases} \quad (15)$$

其中, F_h^+ 和 F_h^- 分别为表面波和内波水平波浪力。对其无量纲化, 得:

$$\begin{aligned} \frac{F_1^{\pm}}{A_{\pm} g \pi a^2 \rho_1} &= -\frac{e^{-i\omega_{\pm}t}}{ka} \{ \lambda E_{\pm}(k) \sinh kh_2 \cdot \\ &[J_1(ka)B_1^{\pm}|_{\rho=\rho_2} - 2iJ_1(ka) - H_1^{(1)}(ka)A_1^{\pm}|_{\rho=\rho_2}] - [\sinh kh_1 + T_{\pm}(k)(1 - \cosh kh_1)] \cdot \\ &[J_1(ka)B_1^{\pm}|_{\rho=\rho_1} - 2iJ_1(ka) - H_1^{(1)}(ka)A_1^{\pm}|_{\rho=\rho_2}] \} \end{aligned} \quad (16)$$

由式 (10) 和 (11) 可以得出柱内外自由面波浪爬高:

$$|\eta^{(0)}(x, y)| = \frac{H}{2} \left| \frac{\omega}{\omega_{\pm}} (e^{ikr \cos \theta} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n H_n^{(1)}(kr)) \right| \quad (r > a) \quad (17)$$

$$|\eta^{(1)}(x, y)| = \frac{H}{2} \left| \frac{\omega}{\omega_{\pm}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n J_n(kr) \right| \quad (0 < r < a) \quad (18)$$

3 算例分析

令 $A_+ = A_-$, 上下层透空系数 G 相等, λ 为密度比, 上层流体为淡水, 下层为盐水, 均为理想状态, 且柱壁很薄可以略去不计。计算波浪力用 $\rho_1 A \pi g a^2$ 进行无量纲化, 计算自由波面高度幅值均用 1 进行无量纲化。

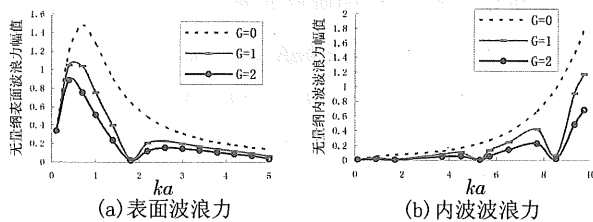


图 2 $\lambda = 0.9$ 时无量纲水平波浪力

Fig. 2 Dimensionless horizontal wave force on a cylinder for $\lambda = 0.9$

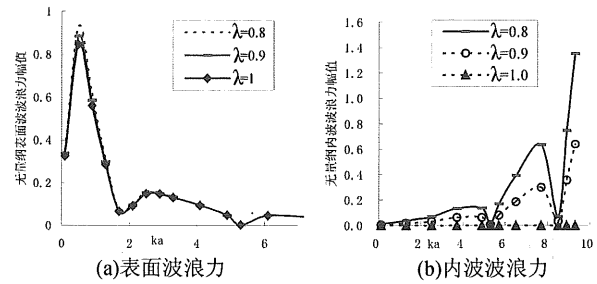


图 3 $G = 2$ 时无量纲水平波浪力

Fig. 3 Dimensionless horizontal wave force on a cylinder for $G = 2$

算例 1, 在 $a/h = 3/5$, $h_1/h_2 = 2/3$ 海况下, 同样的 λ 下, 随透空系数增大, 桩柱所受表面波和内波波力有明显减弱趋势, 如图 2。若取相同的透空系数, 随 λ 减小表面波波力基本不受影响, 而内波波力随波数增大变化剧烈, 如图 3。

算例 2, 在 $a/h = 1/5$, $h_1/h_2 = 2/3$, $ka = \pi/2$ 的海况下, 在相同的 λ 下, 自由面波浪爬高随开孔系数增大明显降低, 如图 4; 柱内波面爬高情况与柱外相反, 如图 6。图 7、图 8 是相对应的剖面图, 可以很清晰的看出他们的变化情况。若开孔系数相同, 改变 λ 的值, 自由面波浪爬高基本不受其影响, 如图 4、图 5。

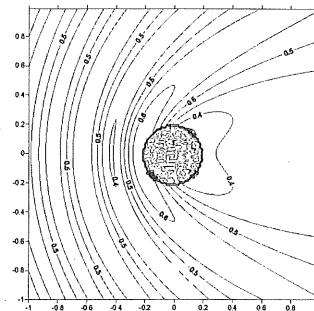
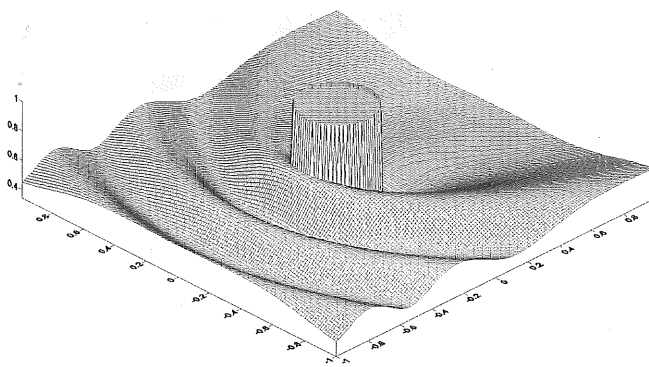
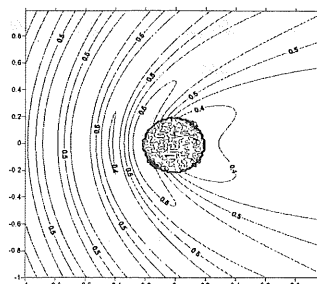
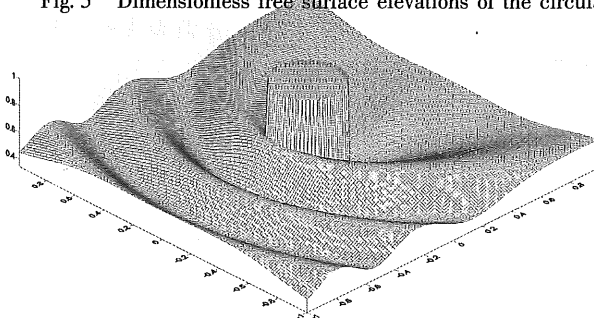


图 5 无量纲自由面波浪爬高 $G = 1$, $\lambda = 0.75$

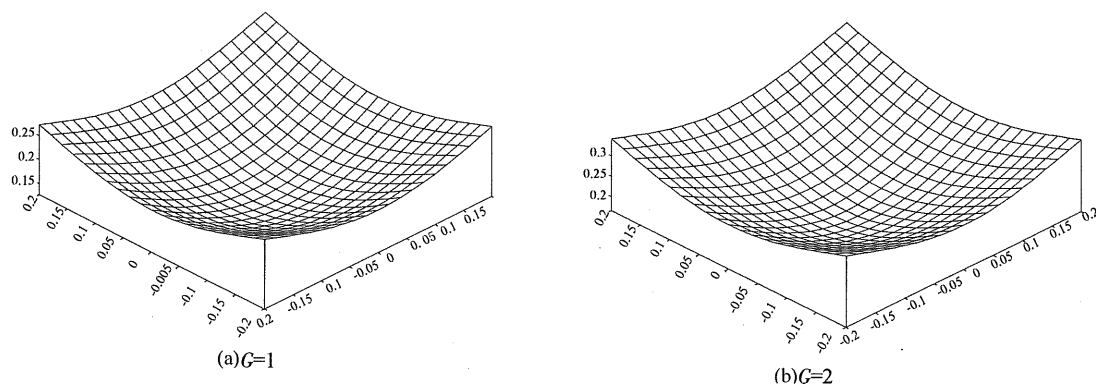
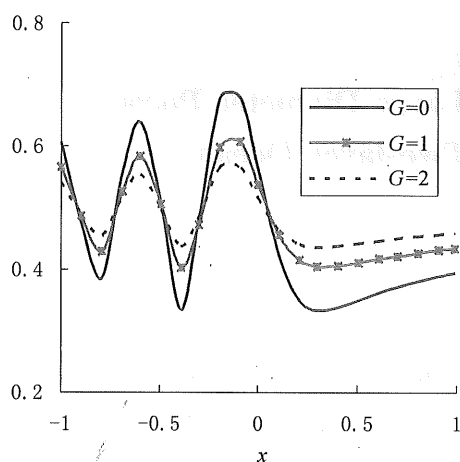
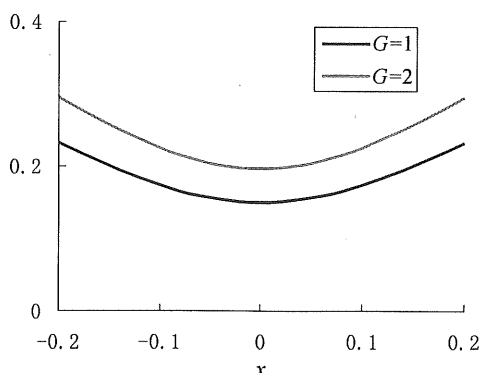
Fig. 5 Dimensionless free surface elevations of the circular cylinder for $G = 1$, $\lambda = 0.75$



(b) $G = 1$

图 4 无量纲自由面波浪爬高图 $\lambda = 1$

Fig. 4 Dimensionless free surface elevations of the circular cylinder for $\lambda = 1$

图6 无量纲柱内自由面波浪爬高 $\lambda = 0.9$ Fig. 6 Dimensionless free surface elevations on the inner of the cylinder for $\lambda = 1$ 图7 $y = 0.3 \text{ m}$, $\lambda = 0.9$ 柱外自由面爬高剖面图Fig. 7 Run-up profiles on the outer of the cylinder for $y = 0.3 \text{ m}$, $\lambda = 0.9$ 图8 $y = -0.1 \text{ m}$, $\lambda = 0.9$ 柱内自由面爬高剖面图Fig. 8 Run-up profiles on the inner of the cylinder for $y = -0.1 \text{ m}$, $\lambda = 0.9$

5 结 论

本文分析了二层海洋中波浪对透空圆柱的绕射

作用, 提出了透空圆柱内、外流场流体绕射势解析解, 并计算得出透空圆柱所受水平波浪力及柱内、外的自由面波浪爬高。通过分析计算结果得到下列结论:

(1) 自由面波浪爬高和表面波浪力受透空系数的影响较大, 基本不受上下层流体的深度比和密度比的影响;

(2) 自由面波浪爬高最高点出现在柱前, 柱内和柱后反之;

(3) 当波数较小时, 内波浪力对桩柱的作用不明显, 而波数大到某一范围内, 内波的作用剧烈增强, 不可忽视。

参考文献:

- [1] MACCAMY R C, FUCHS R A. Wave forces on piles; a diffraction theory[R]. USA: US Army Coastal Engineering Research Center, 1954.
- [2] WANG K H, REN X. Water waves on flexible and porous breakwaters [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE 119. 1993. 1025 - 1047.
- [3] YU X P. Diffraction of Water Waves by Porous Breakwaters[J]. Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. 1995, 121(6): 275 - 282.
- [4] WILLIAMS A N. Water Wave Interaction with a Floating Porous Cylinder[J]. Ocean Engineering, 2000, 27(1): 1 - 28.
- [5] WILLIAMS A N, LI W. Water Wave Interaction with An Array of Bottom-Mounted Surface-Piercing Porous Cylinders[J]. Ocean Engineering, 2000, 27(8): 841 - 866.
- [6] SILVA R. Wave Interaction with Cylindrical Porous Piles [J]. Ocean Engineering, 2003, 30(14): 1719 - 1740.
- [7] 李玉成, 孙路, 滕斌. 波浪与外壁开孔双筒柱群的相互作用[J]. 力学学报, 2005, 37(2): 141 - 147.

LI Y C, SUN L, TENG B. Wave Interaction with Array of

- Combined Cylinders with an Solid interior Column and a Porous Exterior Column[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2005, 37(2): 141 - 147.
- [8] 戴世强. 两层流体界面上的孤立波[J]. 应用数学和力学. 1982, 3(6): 721 - 731.
- DAI S Q. Solitary Waves at the Interface of a Two-layer Fluid[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 1982, 3(6): 721 - 731.
- [9] 吴建华, 吴秀恒, 李世谟. 大尺度物体在层化海洋中的波浪绕射和散射理论(IV)本征函数展开方法[J]. 水动力学研究与进展, 1991, 6(3): 46 - 54.
- WU J H, WU X H, LI S M. A Theory of Wave Diffraction Ocean (IV) the Eigen-Function Expansion Method [J]. Journal of Hydrodynamics, 1991, 6(3): 46 - 54.
- [10] 尤云祥, 朱伟, 缪国平. 分层海洋中大直径桩柱的波浪力[J]. 上海交通大学学报. 2003, 37(8): 1181 - 1185.
- YOU Y X, ZHU W, LIAO G P. The Hydrodynamic Forces on a Large Diameter Cylinder in Two-Layer Fluid [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2003, 37(8): 1181 - 1185.
- [11] SHI Q, YOU Y X, WEI G. The Wave of Forces and Moments on a Floating Rectangular Box in a Two-layer Fluid[J]. Conference of Global Chinese Scholars on Hydrodynamics, 2005: 166 - 170.
- [12] YEUNG R W, NGUYEN T. Radiation and Diffraction of Waves in a Two-layer Fluid [C]. Proceedings of the 22th Symposium on Naval Hydrodynamics. Washington, D. C.: National Academy Press, 1999: 875 - 887.
- [10] 尤云祥, 朱伟, 缪国平. 分层海洋中大直径桩柱的波

Analyses of Wave Characteristic on Large Diameter Porous Vertical Circular Cylinder in Two-layer Ocean

FU Jing, HUANG Hua, ZHU Qing-yong, LV Fu-yu .

(Department of Applied Mechanics and Engineering, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)

Abstract: To study the wave hydrodynamic characteristics on porous bodies, a large diameter vertical circular cylinder is studied in a two-layer fluid. Fitting in with boundary qualification, the analytic solution for the diffraction problem about the interior and exterior region of the cylinder is obtained by the Eigen-Function Expansion. The water wave forces and wave run-up on a porous vertical circular cylinder in two-layer ocean are computed. To make the result comparisons between porous cylinder in uniform ocean and impermeable cylinder in two-layer ocean, it is found that the permeability of the cylinders may have a significant influence on weakening the wave force and wave run-up.

Key words: two-layer ocean; porous cylinders; wave run-up; wave force; wave diffraction